|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Место занятия в расписании** | | **Тема** | **Цели** | | **Задачи** | **Контрольные вопросы и задания** | **Д/з** |
| Дата | 17.11.21 | **Определенный интеграл. Свойства и вычисления.** | Дидактическая | Обобщить, систематизировать и закрепить знания, умения и навыки по неопределенному интегралу, начать формирование умений и навыков интегрирования, изучить определенный интеграл и его основные свойства. | 1) Закрепить знания, умения и навыки по неопределенному интегралу.  2) Начать формирование умений и навыков интегрирования.  3) Изучить определенный интеграл и его основные свойства. | 1) Как можно определить определенный интеграл?  2) Запишите общий вид определенного интеграла.  3) Назовите основные методы интегрирования.  4) Когда и как применяется метод замены переменной?  5) Запишите формулу Ньютона-Лейбница.  6) Найдите и запишите пример вычисления неопределенного интеграла по частям. | Изучить и составить конспект, найти в интернете 2 примера вычисления определённого интеграла при помощи метода замены и по частям и записать их. |
| Дисциплина | ЕН.01Математика |
| Преподаватель | Брагина Е.А. |
| Группа | 1СТМ | Развивающая | Развивать логическое и аналитическое мышление. |
| Пара | I | Воспитательная | Воспитывать любознательность и самостоятельность. |
| № занят. | 29 |

Подтвердите своё присутствие на занятии. Составьте конспект в соответствии с требованиями при помощи опорного конспекта занятия и учебника Элементы высшей математики/ Г.В.Григорьев и др. - М.: ИЦ Академия, 2014 г. - 320 с. (ссылка на электронный учебник: https://cloud.mail.ru/public/buNn/ijFYgVJ6h). Фото конспекта отправьте на почту **elenabragina7@gmail.com** до 17.11.21 включительно. Работа должна быть выполнена в рамках рабочего времени, отведенного на занятие по математике. **Чтобы все формулы и символы открывались, необходимо файл скачать на рабочий стол.**

**17.11**

**Определенный интеграл. Свойства и вычисления.**

**1) Закрепление умений и навыков вычисления неопределенных интегралов (записать в конспект).**

Рассмотрим примеры вычисления неопределенных интегралов основными методами.

**а) Непосредственное интегрирование.** **Интеграл берется сразу или после несложных упрощений подынтегральной функции при помощи свойств неопределенного интеграла и таблицы неопределенных интегралов.**

Пример 1. Найти интеграл .

= (интеграл от суммы равен сумме интегралов, а дальше находим первообразную для каждого слагаемого при помощи таблицы по формулам ) = - + + 2х +С= (упростим полученное выражение)= - + + 2х +С.

Пример 2. Найти интеграл . Выполнить самостоятельно.

Пример 3. Найти интеграл .

= (при помощи таблицы неопределенных интегралов найдем первообразную от каждого слагаемого) = + С.

Пример 4. Найти интеграл . Выполнить самостоятельно.

Пример 5. Найти интеграл .

= (такой интеграл сразу взять нельзя, потому что нет свойства интеграла от произведения, раскроем скобки, пользуясь формулой сокращенного умножения (а - в)² = а² - 2ав + в²) = = = (а дальше как в первом интеграле) = - + х +С.

Пример 6. Найти интеграл . Выполнить самостоятельно.

**б) Метод замены. Подынтегральная функция сложная или её нельзя привести к виду алгебраической суммы табличных интегралов. В этом случае часть функции заменяют новой переменной. Интеграл берется первым методом, необходимо вернуться к "старой переменной".**

Пример 1. Найти интеграл .

= (подынтегральная функция сложная) = (Введем замену переменной: 4х + 2 = t, продифференцируем обе части замены: 4= dt и отсюда = ) = ∙ = dt = (найдем интеграл первым методом) = ∙ + C = = + C = (вернемся к "старой переменной", пользуясь заменой) = + C.

Пример 2. Найти интеграл . Выполнить самостоятельно.

**в) Интегрирование по частям. Применяется в том случае, когда первые два метода не дают результата. Посмотреть примеры интегрирования по частям можно в интернете.**

**2) Начинаем изучение определенного интеграла и его основных свойств. (записать в конспект).**

Определенный интеграл в школьном курсе определялся через площадь криволинейной трапеции.

В математическом анализе определенный интеграл - это число, равное пределу сумм особого вида (интегральных сумм) при стремлении ранга разбиения к нулю.

Определенный интеграл имеет вид:

, где

х - переменная интегрирования,

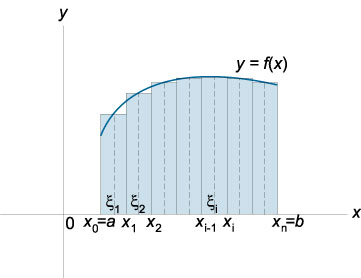
- дифференциал переменной,

- подынтегральная функция,

- подынтегральное выражение,

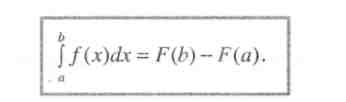
a - нижний предел интегрирования,

в - верхний предел интегрирования.



**Основные свойства определенного интеграла.**

1. Определенный интеграл от единицы равен длине интервала интегрирования:  
2. Постоянный множитель можно выносить за знак определенного интеграла:  
3. Определенный интеграл от суммы функций равен сумме интегралов от этих функций:  
4. Определенный интеграл от разности функций равен разности интегралов от этих функций:  
5. Если верхний предел равен нижнему, то определенный интеграл равен нулю:  
6. При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл изменяет знак на противоположный:  
7. Пусть точка c принадлежит отрезку [a,b]. Тогда определенный интеграл от функции f(x) на отрезке [a,b] равен сумме интегралов на частичных промежутках [a,c] и [c,b]:  
8. Определенный интеграл от неотрицательной функции всегда больше или равен нулю:  
9. Определенный интеграл от неположительной функции всегда меньше или равен нулю:

**3) Изучение нового материала. Формула Ньютона-Лебница (записать в конспект).**

Это известная формула Ньютона-Лейбница, которая соединила дифференциальное и интегральное исчисления. При помощи этой формулы вычисляется определенный интеграл.

**4) Первичное закрепление. Рассмотрим примеры вычисления определенных интегралов основными методами по формуле Ньютона-Лейбница(записать в конспект).**

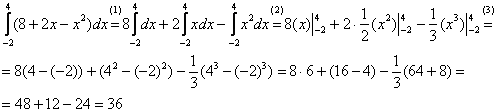
**а) Непосредственное интегрирование.** Находим первообразную подынтегральной функции, пользуясь свойствами интеграла и таблицей интегралов, а затем находим разность значения полученной первообразной при подстановке в неё верхнего предела и нижнего, т.е пользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

**Пример 1.** Найти интеграл .

= (найдем первообразную 4х, пользуясь табличным интегралом и запишем результат по формуле Ньютона-Лейбница) = = (упростим полученное выражение)=2= (сначала подставим верхний предел, запишем "-", а затем нижний предел) = 2 ∙ 2² - 2 ∙ 1² = 8 - 2 = 6.

**Пример 2.** Найти интеграл . **Выполнить самостоятельно.**

**Пример 3.** Найти интеграл C:\Users\Елена\Desktop\opredelennye_integraly_primery_reshenij_clip_image067.gif



(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:

**Пример 4.** Найти интеграл **Выполнить самостоятельно.**

**Пример 5.** Найти интеграл dx.

dx = (вынесем число 3 за знак интеграла, т.е напишем число 3 перед интегралом) =3∙ = (получили табличный интеграл) = 3 ∙ lnx | = (подставим в найденную первообразную сначала верхний предел, а затем нижний и найдём разность между ними) = 3 ∙ ln2 - 3 ∙ ln1 = (ln1 = 0) = 3ln2 = (по свойству логарифма число 3 можно перенести в показатель числа 2) = ln = ln8.

**Пример 6.** Найти интегралdx. **Выполнить самостоятельно.**

**Пример 7.** Найти интегралdx.

dx = (интеграл суммы равен сумме интегралов, поэтому найдём первообразные для каждого слагаемого, они табличные) =( -+ ) | = (применяем формулу Ньютона-Лейбница) = (- ) -

- (- ) = (вспоминаем значения тригонометрических функций: = 1, = 0) =

= 1 - (-1) = 2.

**Пример 8.** Найти интегралdx. **Выполнить самостоятельно.**

**Пример 9.** Найти интегралdx.

dx = (Это табличный интеграл dx = + C, где вместо а число 2) = | = - = = = .

**Пример 10.** Найти интегралdx. **Выполнить самостоятельно.**

**ВНИМАНИЕ! В некоторых случаях необходимо провести несложные упрощения подынтегральной функции (раскрыть скобки, привести подобные слагаемые, применить формулы сокращенного умножения, умножить или разделить степени с одним основанием), а затем вычислить интеграл, пользуясь рассмотренными примерами.**

**б) Метод замены переменной.** Для определённого интеграла после введения замены нужно поменять пределы интегрирования и к "старой" переменной возвращаться не надо. Все остальные действия такие же, как и для интеграла неопределённого.

**Пример 1.** Найти интеграл C:\Users\Елена\Desktop\integral4_clip_image127.gif.

Решение. Произведём замену переменной, полагая

C:\Users\Елена\Desktop\integral4_clip_image129.gif

Тогда dt = 2x dx, откуда x dx = (1/2) dt, и подынтегральное выражение преобразуется так:

C:\Users\Елена\Desktop\integral4_clip_image131.gif

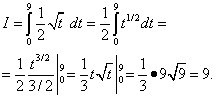
Найдём новые пределы интегрирования. Подстановка значений x = 4и x = 5в уравнение

C:\Users\Елена\Desktop\integral4_clip_image133.gif

даёт

C:\Users\Елена\Desktop\integral4_clip_image135.gifC:\Users\Елена\Desktop\integral4_clip_image137.gif

Получаем:



После замены переменной мы не возвращались к старой переменной, а применили формулу Ньютона-Лейбница к полученной первообразной.

**в) Интегрирование по частям. Применяется в том случае, когда первые два метода не дают результата. Посмотреть примеры интегрирования по частям можно в интернете.**

**5) Домашнее задание: изучить и составить конспект, найти в интернете 2 примера вычисления определённого интеграла при помощи метода замены и по частям и запишите их.**